

ZASTOSOWANIE STATYSTYKI MATEMATYCZNEJ DO ANALIZY RYNKU LOKALI MIESZKALNYCH W KOSZALINIE



dr inż. Wojciech Cymerman
Uniwersytet Warmińsko-Mazurski
w Olsztynie



dr Joanna Cymerman
Politechnika Koszalińska



Marcin Cymerman
Uniwersytet Warmińsko-Mazurski
w Olsztynie

Streszczenie

Artykuł opisuje możliwości wykorzystania elementów statystyki matematycznej do analiz rynku nieruchomości przy wykorzystaniu, powszechnie dostępnej, aplikacji Excel. Obiekt badawczy stanowił rynek mieszkaniowy miasta Koszalin. Zakres czasowy analiz obejmował okres 25 kwartałów: od I. kwartału 2009 do I. kwartału 2015. Dane pozyskano z programu WALOR. Większość analiz wykonano w oparciu o szeregi rozdzielcze cen jednego metra kwadratowego nieruchomości lokalowych zrealizowanych w ujęciu kwartalnym oraz rocznym. Z pośród parametrów opisujących zbiorowości statystyczne obliczono średnią arytmetyczną, średnią modalną oraz medianę, a także współczynniki zmienności, skupienia i asymetrii. Dokonano również sprawdzenia zgodności rozkładów empirycznych cen jednostkowych w ujęciu rocznym z rozkładem normalnym wykonując testy nieparametryczne. Ponadto, przeprowadzono analizę wahań sezonowych cen jednego metra kwadratowego nieruchomości lokalowych w cyklu kwartalnym analizowanego rynku.

Słowa kluczowe

analiza rynku nieruchomości, statystyka, matematyczna rynek lokali mieszkalnych

1. Wstęp

Statystyka matematyczna w dzisiejszych czasach jest narzędziem różnych analiz, które mają miejsce w wielu dziedzinach naszego życia. Zakres stosowania elementów analiz statystycznych jest coraz szerszy. Jeszcze do niedawna wydawać mogłoby się, że w sporcie te narzędzia nie znajdują zastosowania, a tym czasem dziś podczas niemal każdego meczu gier zespołowych na bieżąco dokonywane są przeróżne analizy statystyczne w oparciu o które, trener ma informacje na temat skuteczności danego zawodnika czy powtarzalności pewnych sytuacji na boisku. Analizy statystyczne z powodzeniem mogą być stosowane także do badania rynku nieruchomości. Mogą one mieć

różny zasięg i zakres w zależności od liczebności próby i zastosowanych metod.

W powszechnej praktyce rzeczoznawców majątkowych, analizy statystyczne wykonywane w operatach szacunkowych mają charakter szczerkowy i dotyczą tylko elementarnych parametrów statystycznych, takich jak średnia arytmetyczna i niekiedy odchylenie standardowe. Wynika to z faktu, iż analizowane próby mają małą liczebność i wykonywanie innych analiz statystycznych w takiej sytuacji jest niecelowe. Uzyskane na podstawie takiej próby wyniki nie przedstawiają wiarygodnych informacji o badanej populacji. Ten fakt uniemożliwia wykonywanie zaawansowanych analiz, związanych między innymi z testami nieparametrycznymi

dotyczącymi empirycznych rozkładów. Testy nieparametryczne wymagają odpowiedniej liczebności próby, a także co istotne, większej znajomości teorii w tym zakresie oraz opanowania programów komputerowych wykonujących takie analizy.

W opracowaniu zaprezentowano wyniki przeprowadzonych analiz rynku nieruchomości lokalowych o funkcji mieszkalnej miasta Koszalin. Zakres analiz statystycznych obejmował 25 kwartałów, poczynając od I kwartału 2009r., a kończąc na I kwartale 2015r. Wszystkie analizy wykonano wykorzystując program Excel.

2. Przedmiot analizy – baza transakcji

W analizowanym okresie zanotowano 2709 transakcji, z czego 273 transakcje (10%) dotyczyły spółdzielczego własnościowego prawa do lokalu. Po wyeliminowaniu niekompletnych i niepewnych danych, które zdaniem autorów noszą znamiona pomyłek (np. lokal mieszkalny o pow. 4 m²), opracowaniem objęto 2680 transakcji. Liczbę przyjętych do analizy transakcji w ujęciu kwartalnym przedstawia poniższa tabela (Tabela 1).

Jak można zaobserwować, najwięcej transakcji zawarto w roku 2012 roku 691 transakcji, co stanowi 25,8% ogółu zawartych transakcji w badanym okresie, przy czym kwartałem, w którym zawarto najwięcej umów jest IV kwartał 2012r., w którym zanotowano 224 transakcje (8,35% ogółu zawartych transakcji). Rokiem, w którym odnotowano najmniejszą liczbę transakcji był rok 2010 z liczbą 315 umów (11,79% ogółu transakcji).

3. Wykorzystane mierniki statystyczne oraz przeprowadzone analizy

W ramach przeprowadzonych analiz obliczono następujące parametry opisowe zbiorowości statystycznych:

- średnie:
 - arytmetyczną,
 - medianę,
 - modalną;
- współczynnik zmienności¹:

$$\omega = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

- współczynnik skupienia²:

$$W_{sk} = \frac{\mu_4}{\sigma^4} = \frac{n \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{(\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2)^2}$$

- współczynnik asymetrii³:

$$W_a = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{\sqrt{n} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{\left(\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2\right)^{3/2}}$$

Tabela 1

Liczba transakcji zawartych na rynku mieszkaniowym miasta Koszalin w okresie: I kwartał 2009r. – I kwartał 2015r. w ujęciu kwartalnym

Rok	Kwartał	Liczba transakcji
2009	1	58
	2	115
	3	147
	4	85
2010	1	50
	2	97
	3	48
	4	120
2011	1	123
	2	112
	3	103
	4	79
2012	1	84
	2	197
	3	186
	4	224
2013	1	115
	2	122
	3	65
	4	137
2014	1	61
	2	114
	3	71
	4	136
2015	1	31
RAZEM		2680

Źródło: opracowanie własne na podstawie programu WALOR.

W ramach analiz szczegółowych, wykonano weryfikację hipotez w zakresie zgodności rozkładów cen jednostkowych w poszczególnych latach z rozkładem normalnym. Ponadto, wykorzystując model regresji, przeprowadzono obliczenia w zakresie wahań (fluktuacji) sezonowych cen jednostkowych analizowanych nieruchomości w cyklu kwartalnym.



Koszalin wzięty nocą
Źródło: pl.wikipedia.org; autor: Dariusz Węckiiewicz

¹ W. Cymerman, M. Cymerman, *Wykorzystanie elementów statystyki do analiz rynkowych w podejściu porównawczym metodą porównywania parametrów i korygowania ceny średniej*, Wycena (Wartość Obrót Zarządzanie nieruchomościami), nr 109/4, Eucaterra, Olsztyn 2014.

² W. Cymerman, M. Cymerman, *Możliwości wykorzystania współczynników asymetrii i skupienia w analizach szacowania nieruchomości podejściem porównawczym*, Wycena (Wartość Obrót Zarządzanie nieruchomościami), nr 110/3, Eucaterra, Olsztyn 2015.

³ W. Cymerman, M. Cymerman, *Wykorzystanie elementów statystyki do analiz... op. cit.*

Tabela 2

Szereg rozdzielczy cen lokali mieszkalnych w mieście Koszalin, w okresie I. kwartał 2009r. - I. kwartał 2015r., w ujęciu kwartalnym i rocznym, w zł/m²

Rok	Kwartał	Przedział	od	2000	2500	3000	3500	4000	4500	5000	5500	
			do	2500	3000	3500	4000	4500	5000	5500	6000	
2009	1	liczebność		2	5	11	23	11	3	0	3	
	2		0	3	9	38	47	10	6	2		
	3		2	2	14	47	59	10	10	3		
	4		2	2	9	26	24	14	4	4		
razem			6	12	43	134	141	37	20	12	405	
2010	1		1	1	5	17	14	4	7	1		
	2		3	0	10	17	25	28	10	4		
	3		3	5	14	16	6	3	1	0		
	4		2	3	10	29	32	27	14	3		
razem			9	9	39	79	77	62	32	8	315	
2011	1		1	42	10	20	28	18	3	1		
	2		6	4	29	34	24	12	1	2		
	3		2	6	28	31	18	6	8	4		
	4		2	8	26	22	14	6	0	1		
razem			11	60	93	107	84	42	12	8	417	
2012	1		2	7	26	36	9	3	1	0		
	2	6	19	39	43	55	30	5	0			
	3	5	30	39	45	36	20	8	3			
	4	3	8	39	57	72	28	11	6			
razem		16	64	143	181	172	81	25	9	691		
2013	1	2	2	21	34	30	18	5	3			
	2	8	13	43	34	18	6	0	0			
	3	3	8	22	23	4	4	1	0			
	4	5	15	28	54	23	10	2	0			
razem		18	38	114	145	75	38	8	3	439		
2014	1	2	10	22	9	12	5	0	1			
	2	3	18	36	38	9	5	5	0			
	3	8	11	18	19	13	1	1	0			
	4	13	17	38	39	20	5	2	2			
razem		26	56	114	105	54	16	8	3	382		
2015	1	1	4	8	9	5	3	1	0	31		
razem											2680	

Źródło: opracowanie własne przy wykorzystaniu programu Excel na podstawie programu WALOR.

4. Analizy – wykonanie, wyniki

W celu wykonania założonych analiz, należy w pierwszej kolejności sporządzić szereg rozdzielczy cen jednostkowych. W związku z tym dane będące przedmiotem analiz zaimportowano do Excela i za pomocą tego programu wykonano wszystkie obliczenia. Przyjęte do badania dane obejmowały: datę zawarcia transakcji, położenie nieruchomości określone poprzez podanie ulicy, szczegółowy adres, powierzchnię użytkową lokalu mieszkalnego, cenę transakcyjną oraz obliczoną cenę jednego metra kwadratowego powierzchni użytkowej lokalu mieszkalnego. Dla każdego roku wykonano uporządkowanie pozyskanych informacji o transakcjach zgodnie z datą ich zawarcia. Uporządkowanie to wykonano stosując funkcję, dostępną w pakiecie funkcji Excela, dotyczącą danych pod nazwą sortuj. W przeprowadzanych badaniach wielkościami analizowanymi są ceny jednego metra kwadratowego powierzchni użytkowej lokali mieszkalnych.

Dysponując tak bogatym materiałem badawczym postanowiono obliczyć parametry opisowe w przyjętych okresach, a także przeprowadzić analizy dotyczące statystycznego badania zbiorów. Szeregi rozdzielcze wykonano dla każdego kwartału oraz roku. Długość przedziału klasowego przyjęto 500 zł. Zakres cenowy, w odniesieniu do którego budowano szereg rozdzielczy to od 2000 zł/m² do 6000 zł/m². W Tabeli 2 zestawiono uzyskane rezultaty.

Do zrealizowania powyższego szeregu wykorzystano funkcję „=JEŻELI(tekst logiczny; wartość jeżeli prawda; wartość jeżeli fałsz)” z pakietu Excela realizującą instrukcję warunkową. Funkcja ta sprawdza czy dany warunek jest spełniony i zwraca jedną z wartości prawda lub fałsz. Autorzy w kolumnie określającej liczebność danego przedziału wywoływali powyższą funkcję, gdzie argumentem była cena jednostkowa danej transakcji znajdująca się w odpowiedniej komórce. Jeżeli cena ta zwierała się w danym przedziale wówczas funkcja zwracała tekst „tak” jako wartość logiczną prawdy, zaś gdy warunek przynależności do danego przedziału nie był spełniony zwracany był tekst „nie” jako wartość logiczna fałszu. W ten sposób przy każdej transakcji, dla każdego

przedziału był sprawdzany dany warunek i konsekwencji tylko w jednym przedziale pojawiał się wynik odpowiadający prawdzie („tak”).

Następnie, w każdej kolumnie dotyczącej danego przedziału dokonano zliczenia pozytywnych odpowiedzi w zakresie przynależności do danego przedziału stosując funkcję „LICZ.WA-RUNKI(zakres; kryteria)”. W ten sposób określono liczebności poszczególnych przedziałów w każdym kwartale, a także w danym roku. Otrzymany szereg zaprezentowano w Tabeli 2.

4.1 Parametry opisowe zbiorowości statystycznych

Obliczając punktowe charakterystyki badanej próby wyznaczono średnią arytmetyczną, średnią medianę, średnią modalną (dominantę), a także współczynnik zmienności, współczynnik skupienia i współczynnik asymetrii.

Należy zauważyć, iż analizy statystyczne w odniesieniu do rynku nieruchomości wykonywane z wykorzystaniem szeregu rozdzielczego dają dodatkowe możliwości.⁴ Można bowiem w takim ujęciu wyznaczyć średnią modalną, często określaną jako dominantę. W praktyce raczej nie spotka się sytuacji, by ceny jednostkowe kilkunastu czy kilkudziesięciu nieruchomości były zgodne co do grosza. Taka średnia przy zestawieniu w szereg rozdzielczy jest odliczana w drodze interpolacji. W procesie interpolacji wyznacza się także średnią medianę w przypadku szeregu

rozdzielczego. Średnia ta obliczana jest na podstawie wzoru⁵:

$$M_e = x_k + \frac{N - \sum_{i=1}^{k-1} n_i}{n_k} * h$$

gdzie:

- x_k dolna granica przedziału zawierającego medianę,
- n_k liczebność przedziału zawierającego medianę,
- N liczebność całej zbiorowości,
- n_i liczebność przedziałów poprzedzających przedział zawierający medianę,
- h długość przedziału klasowego.

Natomiast średnia modalna z szeregu rozdzielczego jest obliczana na podstawie wzoru:

$$M_o = x_k + \frac{n_k - n_{k-1}}{(n_k - n_{k-1}) + (n_k - n_{k+1})} * h$$

gdzie:

- M_o średnia modalna,
- x_k dolna granica przedziału zawierającego wartość modalną,
- n_k liczebność tego przedziału,
- n_{k-1}, n_{k+1} liczebności przedziałów sąsiadujących z przedziałem zawierającym modę,
- h długość przedziału klasowego.

W analizach szeregu rozdzielczego przyjmuje się wartość środkową danego przedziału, dla wszystkich elementów należących z tego przedziału. Wyniki obliczeń powyższych parametrów przedstawiono w Tabeli 3.

Tabela 3

Średnia cena m² mieszkania w zł, w mieście Koszalin, w latach 2009-2015r., z uwzględnieniem średniej: arytmetycznej, mediany i modalnej

Rok	Cena 1 m ² w zł jako średnia arytmetyczna	Cena 1 m ² w zł jako średnia mediana	Cena 1 m ² w zł jako średnia modalna
2009	4044	4027	4032
2010	4139	4140	3976
2011	3738	3708	3689
2012	3841	3838	3904
2013	3685	3671	3653
2014	3512	3478	3433

Źródło: opracowanie własne przy wykorzystaniu programu Excel na podstawie programu WALOR

⁴ I. Foryś, *Analiza cen transakcyjnych na szczecińskim rynku nieruchomości*, w: Rzeczoznawca Majątkowy Nr 2(74), kwiecień-czerwiec 2012, s.18-25.

⁵ O. Lange, A. Banasiński, *Teoria statystyki*, PWE, Warszawa 1970.

Z analizy danych przedstawionych w Tabeli 3 wynika bardzo duża zbieżność średnich, co nie zawsze ma miejsce. Największe różnice między średnią arytmetyczną i średnią modalną można zauważyć w 2010 roku. Wynosi ona 163 zł/m². Ponadto, za wyjątkiem 2012 roku, średnia modalna jest mniejsza niż średnia arytmetyczna. Może to być spowodowane tym, iż w tych latach wystąpiło na rynku kilka transakcji na wysokim poziomie, co spowodowało zawyżenie średniej arytmetycznej, podczas gdy zdecydowana większość transakcji posiadała niższe ceny jednostkowe.

Intuicyjnie, rzeczoznawcy majątkowi przy wycenie często sugerują się średnią modalną (dominantą)⁶. Jak wiadomo zjawisko, które występuje najczęściej w myśl rozkładu ma największe prawdopodobieństwo zaistnienia. Ten fakt powoduje, że średnia modalna ma istotne znaczenie w określaniu wartości.

W analizach statystycznych istotne znaczenia mają także parametry opisujące miarę rozproszenia, czy skupienia wyników, a także określające ich symetrię wokół średniej. W praktyce mierniki te są niezbyt często są stosowane.

Współczynnik zmienności, określa relację odchylenia standardowego do średniej arytmetycznej⁷. Czym jego wartość jest mniejsza, tym jakość analizowanej próby jest lepsza. Często w praktyce przyjmuje się, że jeżeli współczynnik zmienności jest mniejszy od 10%, to próba oceniana jest jako bardzo dobra.

Współczynnik skupienia, określa rozmieszczenie i koncentrację zbiorowości w okolicach średniej arytmetycznej. Współczynnik ten nazywany jest także współczynnikiem kurtozy. W tym miejscu warto zauważyć, że współczynnik kurtozy dla rozkładu normalnego wynosi 3⁸, zaś dla rozkładu prostokątnego 1,8⁹. W analizach dotyczących współczynnika skupienia (kurtozy) można spotkać współczynnik ekscesu. Jest on definiowany następująco:

$$e_k = w_{sk} - 3$$

W tej sytuacji rozkład normalny ma eksces równy 0.

Oceniając przez pryzmat tego miernika próbę widać, że czym ma on większą wartość, tym pod względem koncentracji, jest ona lepszej jakości.

Współczynnik asymetrii informuje nas o położeniu średniej arytmetycznej względem rozmieszczenia poszczególnych wyników, czyli względem średniej modalnej i mediany¹⁰. Jak wiadomo średnia arytmetyczna mocno reaguje na wielkości skrajne zdecydowanie odstające od całej zbiorowości. Powodują one przesunięcie średniej arytmetycznej w swoją stronę. W teorii znana jest zależność, iż przy asymetrii prawostronnej zachodzi zależność¹¹:

$$\bar{x} > M_e > M_o$$

natomiast przy asymetrii lewostronnej mamy:

$$\bar{x} < M_e < M_o$$

Oczywiście, stosując umowne założenia przyjmowane w obliczeniach szeregu rozdzielczego nie zawsze ta zależność jest spełniona, zwłaszcza przy dużej zbieżności średnich (arytmetycznej, mediany i modalnej).

Wyniki obliczeń omawianych statystyk przedstawiono poniższej w Tabeli 4.

Należy zauważyć, iż omawiane powyżej współczynniki są niemianowane. Często wyrażane są one w procentach. Współczynnik zmienności w żadnym roku nie przekroczył 20%, co znamio-

nuje dobrą jakość analizowanego materiału. Z zaprezentowanego zestawienia wynika, że w każdym roku ceny jednostkowe oscylowały, z niewielkimi odchyleniami, w okolicach zerowego ekscesu. Najwyższy eksces miał miejsce w 2009 roku, zaś najniższy w 2012 roku.

Teoretycznie, współczynnik asymetrii powinien wynosić zero. Jego dodatnia wartość sugeruje, że średnia arytmetyczna jest wielkością zawyżoną, natomiast ujemna wartość mówi, że średnia jest zaniżona w stosunku do teoretycznej wartości. Wartość tego współczynnika jest trudna do praktycznej interpretacji.¹²



Ulica Zwycęstwa w Koszalinie
Źródło: pl.wikipedia.org; autor: Szczeciolog.

Tabela 4

Wartości współczynników zmienności, skupienia i asymetrii na rynku mieszkaniowym w mieście Koszalin, w latach 2009-2014r.

Rok	Współczynnik zmienności	Współczynnik skupienia	Współczynnik asymetrii
2009	0,158	3,903	0,219
2010	0,181	2,884	0,192
2011	0,199	2,839	-0,974
2012	0,184	2,817	-0,769
2013	0,179	3,201	-1,607
2014	0,196	3,360	-2,379

Źródło: opracowanie własne przy wykorzystaniu programu Excel na podstawie programu WALOR.

⁶ I. Foryś, *Zakres analizy rynku a cel i przedmiot szacowania teoria i praktyka*, w: Rzeczoznawca Majątkowy Nr 2(74), kwiecień czerwiec 2012, s. 12-18.

⁷ I. Foryś, *Pravidłowości na rynku nieruchomości na przykładzie lokalnego rynku mieszkaniowego*, AE Poznań Inwestycje w nieruchomości 2011, Poznań 2011.

⁸ Zob. szerz. W. Baran., *Teoretyczne Podstawy opracowania wyników pomiarów geodezyjnych*, PWN, Warszawa 1983.

⁹ W. Cymerman, M. Cymerman, *Możliwości wykorzystania współczynników asymetrii... op. cit.*

¹⁰ Zob. szerz. W. Baran., *Teoretyczne Podstawy opracowania wyników pomiarów geodezyjnych*, PWN, Warszawa 1983.

¹¹ O. Lange, A. Banasiński, *Teoria statystyki... op. cit.*

¹² Zob. szerz.: J. Hozer i inni, *Ekonometria*, Stowarzyszenie Pomoc i Rozwój, Katedra Ekonometrii i Statystyki Uniwersytet Szczeciński, Szczecin 1997, (s. 125-133); M. Witkowski M., *Elementy ekonometrii*, Wyższa Szkoła Biznesu w Pile, Piła 1999 (s. 79-91).

4.2 Rozkład empiryczny analizowanych wyników

Weryfikację hipotez nieparametrycznych, czyli dotyczących rozkładu empirycznego danej próby, wykonuje się na podstawie szeregu rozdzielczego. Zestawiony w Tabeli 2 szereg rozdzielczy został wykorzystany do wykonania poniższych analiz.

Testy nieparametryczne w zakresie empirycznego rozkładu cen jednostkowych wykonano w oparciu o kryterium Pearsona, które opiera się na fakcie, że wielkość:

$$\chi^2_0 = \sum_{i=1}^r \frac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i}$$

gdzie:

n_i liczebność praktyczna i-tej klasy szeregu,

n'_i liczebność teoretyczna i-tej klasy szeregu,

ma rozkład χ^2 o $r-1-p$ stopniach swobody, gdzie p oznacza liczbę parametrów rozkładu wyznaczonych z próby.

Przyjmuje się, na określonym poziomie istotności α , że hipotezy dla których $\chi^2_0 > \chi^2_\alpha$, są mało prawdopodobne. Hipotezy takie są odrzucane. Statystykę χ^2_α odczytuje się z tablic rozkładu χ^2 zgodnie z zależnością:

$$P(\chi^2 > \chi^2_\alpha) = \alpha$$

Poziom istotności $\alpha=1-\gamma$, gdzie γ jest poziomem ufności (prawdopodobieństwa).

W niniejszych rozważaniach sprawdzano zgodność empirycznych rozkładów cen jednostkowych w poszczególnych latach z rozkładem normalnym (bez roku 2015). W związku z tym, obliczono statystyki χ^2_0 dla poszczególnych lat zestawiając wyniki w Tabeli 5. Wartości teoretyczne χ^2_α określono na podstawie funkcji ROZKŁ.CHI.-ODWR.PS(α ; liczba stop. swobody) z Excela przy poziomie istotności 0,01 oraz 0,005.

Z powyższego zestawienia wynika, że hipotezę o normalności rozkładu empirycznego w 2009 roku należy odrzucić, bowiem $\chi^2_0 = 44,876$ jest większe od χ^2_α czy to na poziomie istotności $\alpha = 0,01$ czy $\alpha = 0,005$. Nie ma natomiast podstaw do odrzucenia takich hipotez w pozostałych latach. Fakt odrzucenia hipotezy o normalności rozkładu empirycznego w 2009 roku, może wynikać ze współczynnika skupienia (ekscesu). W 2009r. eksces wynosi 0,903, podczas gdy w rozkładzie normalnym eksces wynosi 0. Fakt ten powoduje, że występują duże różnice

Tabela 5

Statystyki χ^2_0 na rynku mieszkaniowym w mieście Koszalin, w latach 2009 - 2014r.

Lata	Statystyka obliczona χ^2_0	Statystyka teoretyczna χ^2_α dla 6-stopni swobody przy poziomie istotności	
		$\alpha = 0,01$	$\alpha = 0,005$
2009	44,876	16,812	18,548
2010	9,655		
2011	13,863		
2012	3,848		
2013	10,959		
2014	13,942		

Źródło: opracowanie własne przy wykorzystaniu programu Excel na podstawie programu WALOR

w zakresie liczebności, teoretycznych i praktycznych, przedziałów klasowych wokół estymatora wartości oczekiwanej, co przekłada się mocno na wartość statystyki χ^2_0 powodując tym samym odrzucenie hipotezy.

4.3 Analiza wahań sezonowych

W ramach analizy przedmiotowego materiału badawczego przeprowadzono także badanie wahań (fluktuacji) sezonowych w cyklu kwartalnym w odniesieniu do cen jednostkowych. W tym celu utworzono model regresji postaci:

$$y_t = f(t) + \sum_{j=1}^m d_j * Q_{jt} + U_t$$

gdzie:

- $f(t)$ funkcja trendu,
- Q_{jt} zmienna zero jedynkowa, przyjmująca jeden w sezonie j-tym, wartość zero w pozostałych sezonach,
- d_j parametr określający natężenie składnika losowego w j-tym sezonie, przy czym $\sum_{j=1}^m d_j = 0$,
- U_t składnik losowy.

Przyjmując model liniowy postaci:

$$\hat{y}_t = a_0 + a_1 * t + \sum_{j=1}^3 d_j * Q_{jt}$$

możemy, w naszym przypadku, utworzyć 25 równań postaci:

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= a_0 + a_1 * 1 + d_1 * 1 + d_2 * 0 + d_3 * 0 \\ \gamma_2 &= a_0 + a_1 * 2 + d_1 * 0 + d_2 * 1 + d_3 * 0 \\ \gamma_3 &= a_0 + a_1 * 3 + d_1 * 0 + d_2 * 0 + d_3 * 1 \\ \gamma_4 &= a_0 + a_1 * 4 + d_1 * 0 + d_2 * 0 + d_3 * 0 \\ \gamma_5 &= a_0 + a_1 * 5 + d_1 * 1 + d_2 * 0 + d_3 * 0 \\ &\dots \\ \gamma_{25} &= a_0 + a_1 * 25 + d_1 * 1 + d_2 * 0 + d_3 * 0 \end{aligned}$$

Obliczając współczynniki strukturalne takiego modelu, metodą najmniejszych kwadratów, otrzymujemy:

$$\begin{aligned} a_0 &= 3609,31, \\ a_1 &= -1,671 \end{aligned}$$

oraz $d_1 = 25,75 \text{ zł}$, $d_2 = 291,04 \text{ zł}$, $d_3 = -75,97 \text{ zł}$, także na podstawie tych wyników $d_4 = -240,82 \text{ zł}$.

Współczynnik $a_1 = -1,671$, należy interpretować, że w okresie tych 25 kwartałów cena jednostkowa m^2 powierzchni użytkowej (p.u.) lokalu mieszkalnego zmalała w stosunku do momentu wyjściowego, to jest pierwszego kwartału 2009 roku. Natomiast wielkości d_i interpretujemy następująco:

- d_1 na wskutek występowania sezonowości cena 1 m^2 w 1 kwartale była wyższa o $25,75 \text{ zł/m}^2$ od przeciętnej wynikającej z trendu kwartałach,
- d_2 na wskutek występowania sezonowości cena 1 m^2 w 2 kwartale była wyższa o $291,04 \text{ zł/m}^2$ od przeciętnej wynikającej z trendu kwartałach,
- d_3 na wskutek występowania sezonowości cena 1 m^2 w 3 kwartale była niższa o $75,97 \text{ zł/m}^2$ od przeciętnej wynikającej z trendu kwartałach,
- d_4 na wskutek występowania sezonowości cena 1 m^2 w 4 kwartale była niższa o $240,82 \text{ zł/m}^2$ od przeciętnej wynikającej z trendu kwartałach.



Siedziba Urzędu Miejskiego w Koszalinie
Źródło: pl.wikipedia.org; autor: Janusz Jurzyk

5. Podsumowanie

Podsumowując autorzy chcą wskazać na duże możliwości wykorzystania do analiz statystycznych (i nie tylko) aplikacji jaką Excel. Żeby jednak wykorzystywać to narzędzie niezbędna jest wiedza z zakresu podstaw statystyki. Tak jak już wcześniej nadmieniono należałoby rozważyć większe możliwości stosowania w wycenie średniej modalnej (dominandy). Z analiz empirycznych rozkładu wynika bowiem, że dominanta ma największe prawdo-

podobieństwo wystąpienia w trakcie eksperymentu, jakim jest szacowanie nieruchomości. Z przeprowadzonych analiz wynika, że zgodnie z teorią ceny jednostkowe nieruchomości jednorodnych mają rozkład normalny, zatem wykorzystywanie średniej arytmetycznej jako estymatora szukanej wartości jednostkowej jest w pełni uzasadnione.

Jednak w obliczu wykorzystywania w podejściu porównawczym prób o małej liczebności stosowanie „czystej” średniej arytmetycznej nie zawsze może być poprawne. Mała liczebność, a także

złożoność procesu określania wartości nieruchomości powoduje, że określając wartość nieruchomości metodą porównywania parami, stosuje się poprawki do obiektów porównawczych po czym dopiero obliczana jest średnia arytmetyczna, jako estymator szukanej wartości. Natomiast w metodzie korygowania ceny średniej obliczona średnią arytmetyczną na podstawie całej próby jest korygowana za pomocą stosownych współczynników.

Literatura

1. Baran W., *Teoretyczne Podstawy opracowania wyników pomiarów geodezyjnych*, PWN, Warszawa 1983.
2. Cymerman W., Cymerman M., *Wykorzystanie elementów statystyki do analiz rynkowych w podejściu porównawczym metodą porównywania parami i korygowania ceny średniej*, *Wycena (Wartość-Obrót-Zarządzanie nieruchomościami)*, nr 109/4, Eucaterra, Olsztyn 2014.
3. Cymerman W., Cymerman M., *Możliwości wykorzystania współczynników asymetrii i skupienia w analizach szacowania nieruchomości podejściem porównawczym*, *Wycena (Wartość-Obrót-Zarządzanie nieruchomościami)*, nr 110/3, Eucaterra, Olsztyn 2015.
4. Foryś I., *Prawidłowości na rynku nieruchomości na przykładzie lokalnego rynku mieszkaniowego*, AE Poznań *Inwestycje w nieruchomości 2011*, Poznań 2011.
5. Foryś I., *Zakres analizy rynku a cel i przedmiot szacowania teoria i praktyka*, w: *Rzeczoznawca Majątkowy Nr 2(74)*, kwiecień czerwiec 2012, s. 12-18.
6. Foryś I., *Analiza cen transakcyjnych na szczecińskim rynku nieruchomości*, w: *Rzeczoznawca Majątkowy Nr 2(74)*, kwiecień czerwiec 2012, s.18-25.
7. Hozer J. i inni, *Ekonometria, Stowarzyszenie Pomoc i Rozwój, Katedra Ekonometrii i Statystyki Uniwersytet Szczeciński, Szczecin 1997*, s. 125-133.
8. Lange O., Banasiński A., *Teoria statystyki*, PWE, Warszawa 1970.
9. Witkowski M., *Elementy ekonometrii*, Wyższa Szkoła Biznesu w Pile, Piła 1999, s. 79-91.

THE APPLICATION OF MATHEMATICAL STATISTICS TO ANALYZE THE HOUSING MARKET IN KOSZALIN

Summary

The article describes the possibilities of using elements of mathematical statistics to the real estate market analysis using commercially available, Excel. The test facility was the housing market of the city of Koszalin. Time scope of analysis covered a period of 25 quarters: from I. I quarter of 2009 to the first quarter of 2015. The data obtained from the program value. Most analyzes were performed based on a series of distribution price of one square meter of real estate premises carried out on a quarterly and annual basis. Among the parameters that describe the statistical community an arithmetic mean, mean modal and median, and the coefficients of variation, concentration and asymmetry. There has also been checking compliance unit prices of empirical distributions on an annual basis following the normal distribution nonparametric tests. In addition, an analysis of seasonal fluctuations in the price of one square meter of real estate premises on a quarterly basis the relevant market.

Key words

real estate market analysis, statistics mathematical, residential market